

**N°076**

Anton

Zeilingger

100 Notes – 100 Thoughts / 100 Notizen – 100 Gedanken | N°076

Anton Zeilinger

**dOCUMENTA (13)**

**HATJE  
CANTZ**

# Anton Zeilinger

It was a joyful moment when I rediscovered my old notebooks. I would not have searched for them without the dOCUMENTA (13) notebook publishing project. When reading these old notes now, I am surprised how many ideas they already contain and how they developed, building unconsciously one on the other. I had no memory of the level of detail in which some of these ideas had already been analyzed in the early notebooks.

The books I found cover a three-year period beginning in late 1992. In my scientific life, this was a crucial time. It was the time when key steps were taken toward my later work on multiphoton states, on quantum teleportation, and on all-optical quantum computation.

I had carried out experiments on the foundation of quantum mechanics before. These early experiments were all done with neutrons. In 1990, I had moved to Innsbruck, where I was given empty laboratories and enough financial support to start a new research program. Most importantly, I was lucky to have a group of excellent young physicists working with me. And then, in 1993–94, my laboratories in Innsbruck began to go into operation. There, with my students and post-docs, I began my own first experiments with entangled photon pairs.

Albert Einstein called entanglement “spooky action at a distance.” He did not like it because to him, it seemed to violate his special theory of relativity. Measurement of one netted particle instantly changes the quantum state of its entangled twin, no matter how far away it may be. This seems to imply action much faster than the speed of light. A better way of looking at it is to realize that quantum states live in an abstract space called configuration space rather than in real space. In contrast to Einstein, Erwin Schrödinger considered entanglement to contain *the essence* of quantum physics.

When my experiments with entangled photons began in the early 1990s, there had been just a few fundamental experiments confirming their existence and demonstrating their counter-intuitiveness. But nobody then had any idea that all this would be brought to fruition in the emerging quantum-information technology. Most interestingly, the early 1990s was the time when the first ideas emerged to apply entanglement to new procedures in

communication and computation. The keywords today are quantum computation, quantum communication, quantum cryptography, quantum cloning, quantum teleportation, and so on.

The material I have chosen for the notebook project contains only the pages covering the period from March 1993 to the beginning of June. It contains my own, probably first ever, sketch of the teleportation scheme that had been published by theoretical colleagues a year before. This experiment was then finally performed by us in 1997.

In that notebook there is also a scheme for testing quantum entanglement for three photons in so-called GHZ states. The story is that with Danny Greenberger and Mike Horne, I had proposed that three-photon states lead to a novel, very striking test of the ideas of locality and realism in quantum mechanics. Apparently, in 1993, I had already been making detailed plans about how to do the experiment. It was then carried out in 1998.

The notebooks also contain a lot of material about multiports and entanglement between two photons in higher dimensional Hilbert spaces, each one subject to its own multiport. This kind of work can be seen as pre-dating the current scientific activity of micro-optics by nearly a decade. Such multiport schemes have been used very recently to implement quantum random walk ideas and novel concepts in quantum computation. Some of this work is also being realized in my laboratories in Vienna today.

Finally, the notebook also contains the very first sketches and calculations of the idea of entanglement swapping or, as it is also called, the teleportation of entanglement. In the notebook, one can explicitly see that the first idea, already basically correct, did not lead to the concepts that were finally useful. But then it came! This experiment again took until 1998 to be realized. In all these cases, the long period up to realization signifies how many years it can take from a novel idea to the experiment. In our case, the reason was that most of the experimental tools we needed for the experiments did not yet exist in 1993. It took us a few years to develop them.

Today, all these concepts—quantum teleportation, entanglement swapping, GHZ entanglement and multiport devices—play an important role in various quantum communication and quantum computation schemes that many people believe will lead to a new information technology of the future.

Anton Zeilinger (b. 1945) is Professor of Physics at the University of Vienna and Director of the Institute for Quantum Optics and Quantum Information at the Austrian Academy of Sciences; he is a member of the Honorary Advisory Committee of dOCUMENTA (13).

# Anton Zeilinger

Es war ein glücklicher Augenblick, als ich meine alten Notizbücher wiederentdeckte. Ich hätte sie nicht gesucht ohne das Notizbuchprojekt der dOCUMENTA (13). Wenn ich diese alten Notizbücher jetzt lese, bin ich überrascht, wie viele Ideen sie schon enthalten und wie diese sich entwickelten, indem unbewusst die eine auf der anderen aufbaute. Ich hatte vergessen, wie detailliert einige meiner Ideen bereits in den frühen Notizbüchern vorhanden waren.

Die Notizbücher, die ich fand, decken eine Spanne von drei Jahren ab, die Ende 1992 beginnt. Dies war eine sehr wichtige Zeit in meinem wissenschaftlichen Leben. Damals wurden die ersten entscheidenden Schritte unternommen in Richtung auf meine späteren Experimente zu Multiphotonenzuständen, zu Quantenteleportation und zum optischen Quantencomputing.

Ich hatte schon vorher Experimente zu den Grundlagen der Quantenmechanik gemacht. Diese frühen Experimente wurden alle mit Neutronen durchgeführt. 1990 war ich nach Innsbruck übersiedelt, wo ich einige leerstehende Laboratorien bekam und genügend finanzielle Unterstützung, um ein neues Forschungsprogramm zu beginnen. Und ich hatte das Glück, mit sehr exzellenten jungen Physikern zusammenarbeiten zu dürfen. 1993/94 gingen die Laboratorien in Innsbruck allmählich in Betrieb. Mit meinen Studenten und Postdoktoranden begann ich dort meine ersten Experimente zu verschränkten Photonenpaaren.

Einstein nannte die Verschränkung »spukhafte Fernwirkung«. Er mochte sie nicht, denn für ihn bedeutete sie einen Konflikt mit seiner Speziellen Relativitätstheorie. Die Messung eines verschränkten Teilchens ändert sofort den Zustand seines Zwillingsschwesterchens, unabhängig davon, wie weit dieses entfernt sein mag. Dies scheint zu bedeuten, dass sich Wirkungen schneller als mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten können. Besser ist es, zu erkennen, dass Quantenzustände in einem sehr abstrakten Raum existieren, dem Konfigurationsraum, anstatt im reellen Raum. Im Gegensatz zu Einstein akzeptierte Erwin Schrödinger die Verschränkung als *das wesentliche Charakteristikum* der Quantenphysik.

Als wir unsere Experimente mit verschränkten Photonen in den frühen 1990er Jahren begannen, gab es nur einige wenige funda-

mentale Experimente, die ihre Existenz bestätigten und ihre der Intuition widersprechenden Eigenschaften demonstrierten. Aber niemand hatte damals eine Ahnung, dass all dies in der neu entstehenden Quanteninformationstechnologie reiche Früchte tragen würde. Interessanterweise waren die frühen 1990er Jahre auch die Zeit, als die ersten Ideen entstanden, wie man die Verschränkung anwenden könnte, um neue Prozeduren in der Informationsübertragung und für Computer zu entwickeln. Die Schlüsselwörter heute sind Quantencomputer, Quantenkommunikation, Quantenkryptografie, Quantenklonen, Quantenteleportation und so weiter.

Das Material, das ich für das Notizbuch-Projekt ausgewählt habe, umfasst ausschließlich Seiten aus dem Notizbuch, das die kurze Periode von März bis Anfang Juni 1993 abdeckt. Es enthält meine wahrscheinlich erste Skizze des Teleportationsschemas, das von theoretischen Kollegen im Jahr zuvor publiziert worden war. Das Experiment wurde schließlich von uns im Jahr 1997 durchgeführt.

In diesem Notizbuch gibt es auch eine Skizze für den Test von Quantenverschränkung von drei Photonen, den sogenannten GHZ-Zuständen. Gemeinsam mit Danny Greenberger und Mike Horne hatte ich vorgeschlagen, dass Dreiphotonenzustände zu neuen, sehr überzeugenden Tests von Lokalität und Realismus in der Quantenmechanik führen würden. Offenkundig hatte ich bereits im Jahr 1993 begonnen, über detaillierte Pläne, wie man das entsprechende Experiment anlegen könnte, nachzudenken. 1998 wurde es dann durchgeführt.

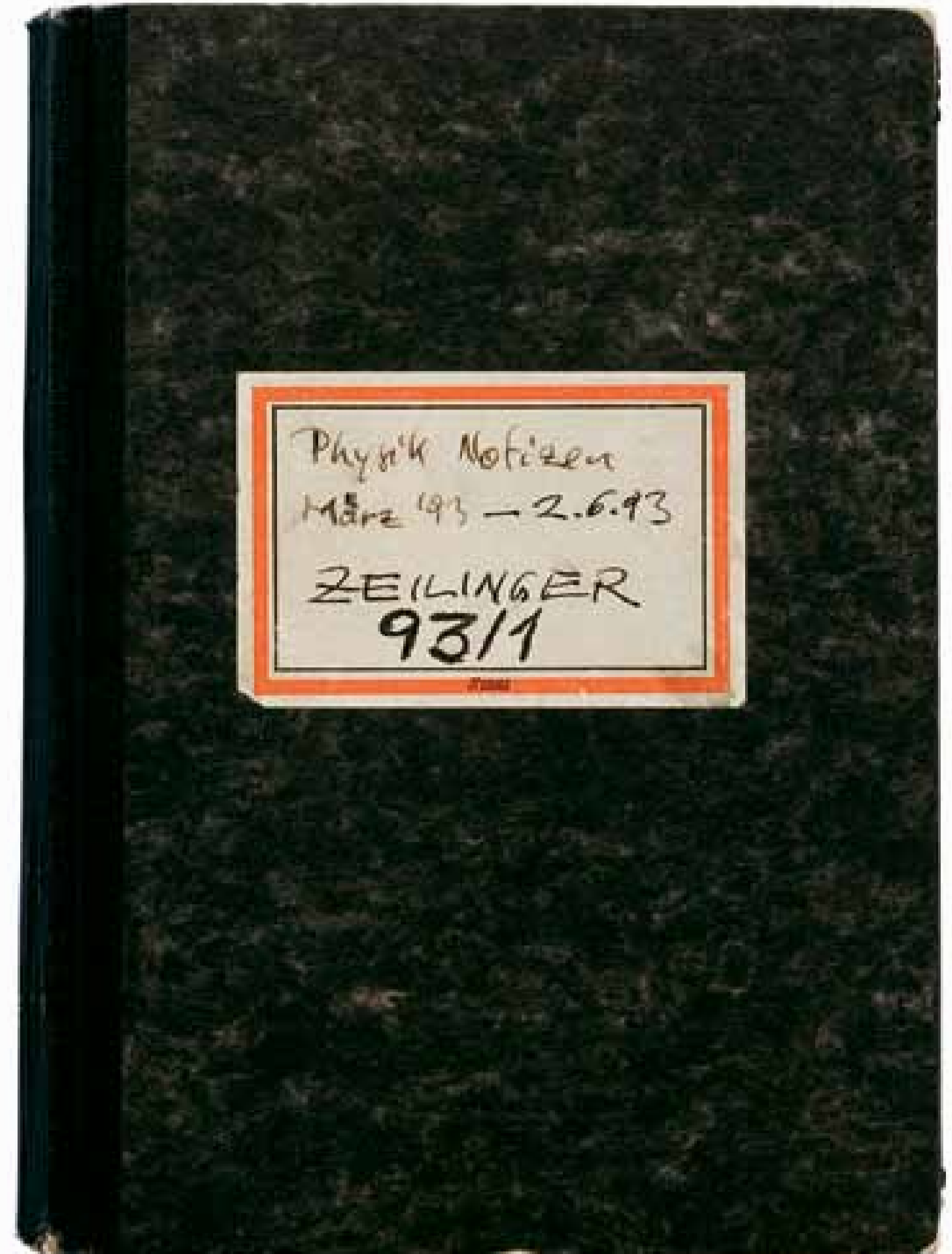
Die Notizbücher enthalten auch eine Menge Material über Multiports und die Verschränkung zwischen zwei Photonen in höherdimensionalen Hilberträumen, wobei jedes seinem eigenen Multiport unterworfen wird. Diese Art von Arbeit kann man als Vorläufer von jetzigen wissenschaftlichen Aktivitäten in Richtung Mikrooptik ansehen. Solche Multiportschemata wurden kürzlich eingesetzt, um Ideen eines zufälligen Weges, den ein Quantenteilchen nimmt, und neue Konzepte im Quantencomputing im Experiment zu verwirklichen. Einige dieser Ideen werden gerade heute in meinen Laboratorien in Wien verwirklicht.

Schließlich enthalten die Notizbücher meine eigenen allerersten Skizzen und Berechnungen zur Idee des Austauschs von Verschränkung oder, wie man es auch nennt, der Teleportation von Verschränkung. Im Notizbuch kann man explizit sehen, wie die erste, im Grunde bereits richtige Idee am Ende nicht zu fruchtbaren Konzepten führte. Aber dann kam es! Auch dieses Experiment brauchte wieder bis 1998, um realisiert zu werden. In all diesen Fällen zeigt die Zeitspanne bis zur Durchführung, wie lange es von einer neuen Idee bis zum Experiment dauern kann. In unserem

Fall ist der Grund, dass die meisten der experimentellen Werkzeuge, die wir benötigten, im Jahr 1993 noch nicht existierten. Und es brauchte eben ein paar Jahre, um sie zu entwickeln.

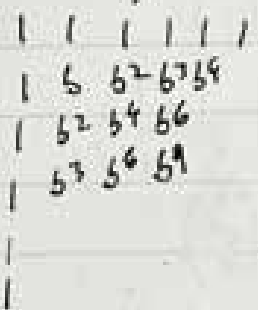
Heute spielen alle diese Konzepte – Quantenteleportation, Austausch von Verschränkung, GHZ-Verschränkung und Multiports – eine wichtige Rolle in verschiedenen Schemata der Quantenkommunikation und im Quantencomputing, von denen viele Leute glauben, dass sie zu einer neuen Informationstechnologie führen werden.

Anton Zeilinger (geb. 1945) ist Professor für Physik an der Universität Wien und Direktor des Instituts für Quantenoptik und Quanteninformation der Österreichischen Akademie der Wissenschaften; er ist Mitglied des Honorary Advisory Committee der DOCUMENTA (13).



Now look at quatters:

General Multiplication Matrix  
(Symmetric)



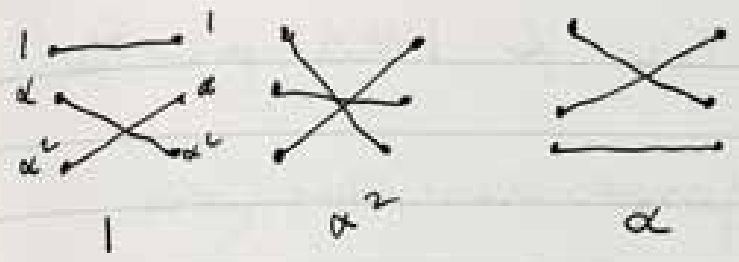
where  $b = \sqrt[N]{1}$  first root

There are others! 2.B. Trites

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{pmatrix} \text{ and } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{pmatrix}$$

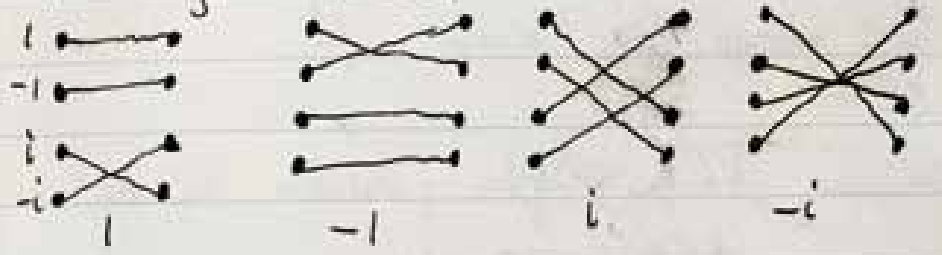
↑  
This is the inverse!!

Trites

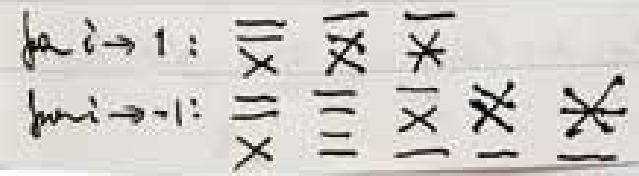
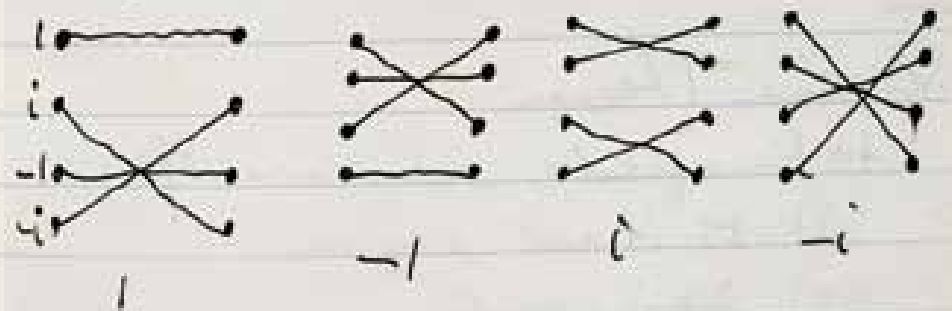


Quatters

Ready to Trunk



Ready to the Auton



8-port Matrix  
(Canonical):

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -i & -1 & -i \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -i & -1 & +i \end{pmatrix} = O_Q$$

$$\frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -i & -1 & -i \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -i & -1 & +i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -i & -1 & -i \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -i & -1 & +i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = O_Q^2$$

$$\therefore (O_Q^2)^2 = I$$

$$O_Q^3 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -i & -1 & -i \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -i & -1 & +i \end{pmatrix} = O_Q^{-1}$$

from previous page:

$$|e_1\rangle + |e_2\rangle \rightarrow |e_1\rangle |e_2\rangle + |e_2\rangle |e_1\rangle$$

$|e_1\rangle + |e_2\rangle$  and  $|e_1\rangle |e_2\rangle$  are degenerate unless there is feedback, the  $|e_1\rangle + |e_2\rangle$  is ground state  $\rightarrow$  if probe moves slowly, the 4 probe stays in middle!

\*

Theorem:

† Canonical Multipoint Operator (N)

$O^2$  is always of the form  
Not necessarily!  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & 1 \end{pmatrix}$  ~~and so~~ !

$\Rightarrow \exists$  only  $N/2$  Perfect correlation types, though the # of adjustable phases i.e. exp. degrees of freedom increases  $O(N^2)$ !

Only the symmetric ones matter!

i.e.

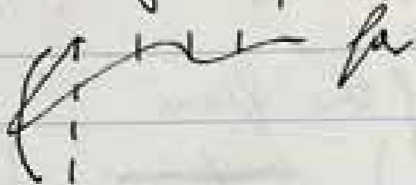
$$O^4 = I \quad \text{always!}$$

$$(O^\dagger)^T = O^2 \quad \text{always!}$$

$$O^\dagger = O^{-1} \quad \text{anyway!}$$

Question:

General form of  $O_p = ?$



$$O_{MP} O_P O_{MP} = O_{con}$$

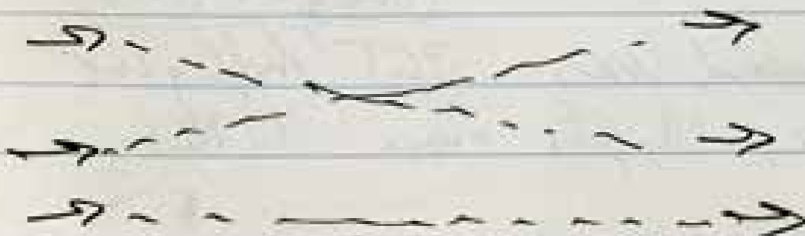
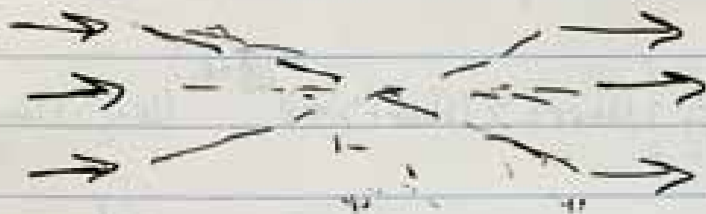
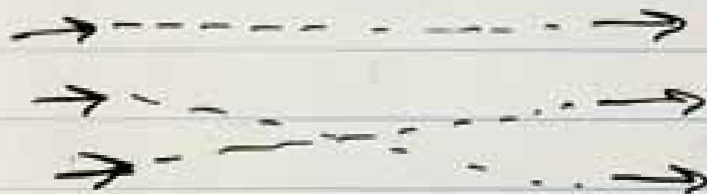
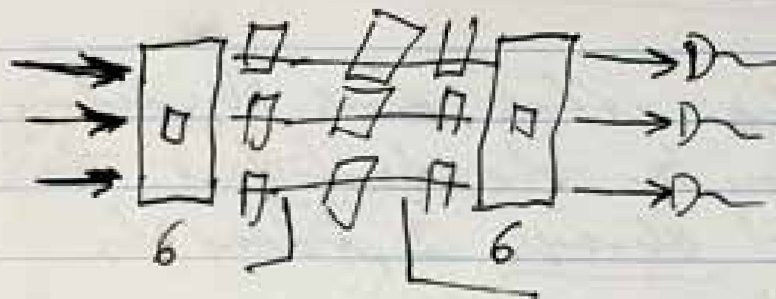
where  $O_{MP}$  = Multiplication-Operator in  
Continuous Form

$O_P$  is Phase Shift Operator in Con. Form  
 $O_{con}$  is Perfect Correlation Operator

$$\rightarrow O_P = O_{MP}^{-1} O_{con} O_{MP}$$

A.) Real Experiment

Correlator in N-dim. Hilbert space



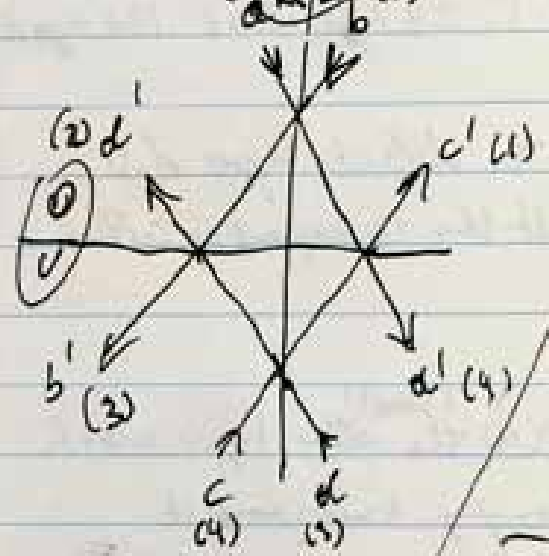


Try all 8 parts

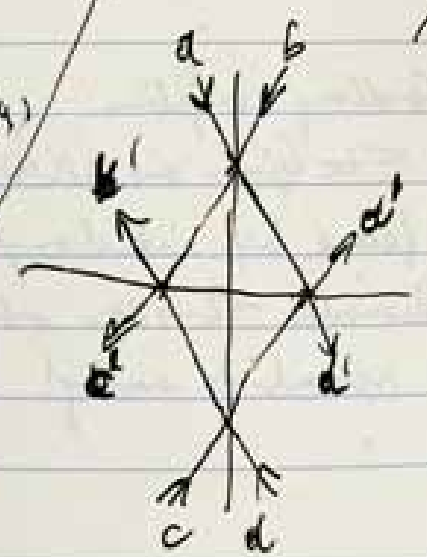
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & i & -1 & -i \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -i & -1 & i \end{pmatrix}$$

This is usually the  
Zakharov, but it is  
wrong!  
rank 2 & rank 4 = 4!

Try Tynell's Scribble



New Names:



$$\begin{aligned} |a\rangle &\Rightarrow \frac{1}{2} \{ |a'\rangle + i|b'\rangle + i|c'\rangle - |d'\rangle \} \\ |b\rangle &\Rightarrow \frac{1}{2} \{ i|a'\rangle + |b'\rangle + |c'\rangle + i|d'\rangle \} \\ |c\rangle &\Rightarrow \frac{1}{2} \{ i|a'\rangle - |b'\rangle + |c'\rangle + i|d'\rangle \} \\ |d\rangle &\Rightarrow \frac{1}{2} \{ -|a'\rangle + i|b'\rangle + i|c'\rangle + |d'\rangle \} \end{aligned}$$

$$U = \begin{pmatrix} a' \\ b' \\ c' \\ d' \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & i & i & -1 \\ i & 1 & -1 & i \\ i & -1 & 1 & i \\ -1 & i & i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix}$$

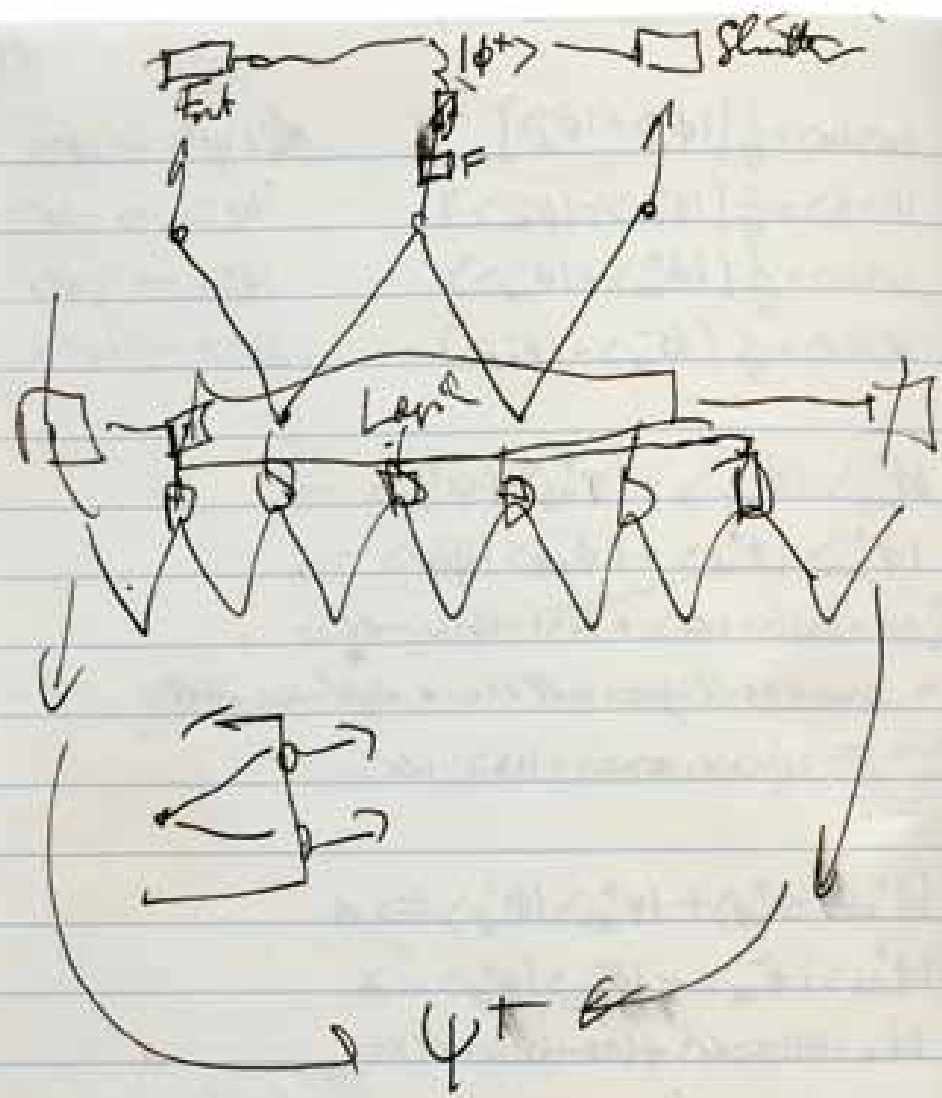
Rows 2, 3 and  
1 & 4 are not  
orthogonal!

$$\begin{aligned} |a\rangle &\Rightarrow \frac{1}{2} \{ |a'\rangle + i|b'\rangle + i|c'\rangle - |d'\rangle \} \\ |a\rangle &\Rightarrow \frac{1}{2} \{ i|a'\rangle - |b'\rangle + i|c'\rangle + |d'\rangle \} \\ |b\rangle &\Rightarrow \frac{1}{2} \{ -|a'\rangle + i|b'\rangle + |c'\rangle + i|d'\rangle \} \\ |c\rangle &\Rightarrow \frac{1}{2} \{ |a'\rangle + i|b'\rangle - |c'\rangle + i|d'\rangle \} \\ |d\rangle &\Rightarrow \frac{1}{2} \{ i|a'\rangle + |b'\rangle + i|c'\rangle - |d'\rangle \} \end{aligned}$$

$$U^\dagger U = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & -i & -i & -1 \\ -i & 1 & -1 & i \\ -i & -1 & 1 & i \\ -1 & i & i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & i & i & -1 \\ i & 1 & -1 & i \\ i & -1 & 1 & i \\ -1 & i & i & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} = I$$

o.k.

Transmembranes Keimen Wölch 20.4.93

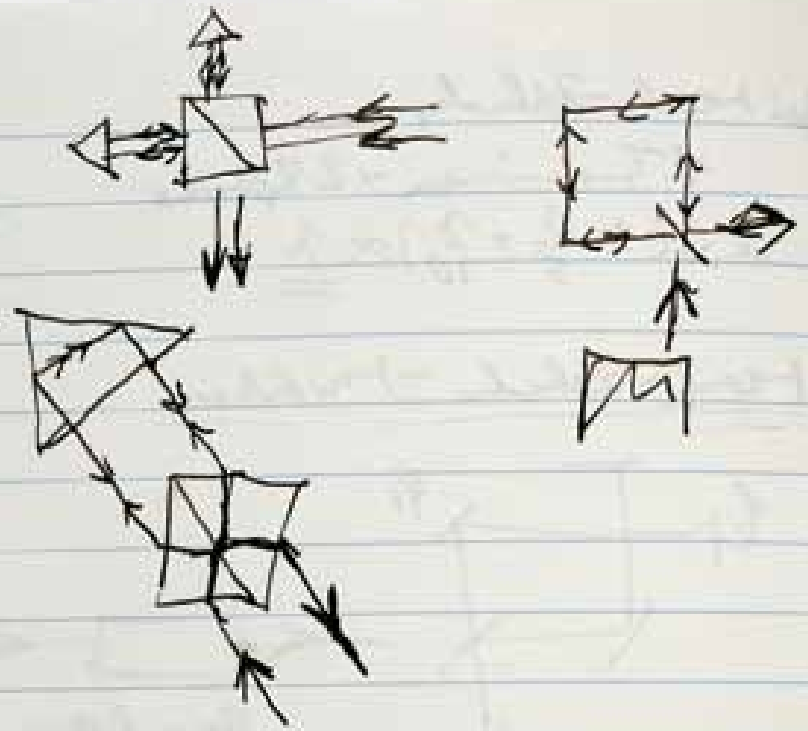


$v_{rel} = k_c / \mu a$  (Ar: 1-2 cm/s)  
 $v_{chem} = 10^4 - 10^5 \text{ cm/s}$   
 $N_{Rand} = v_{rel} / v_{chem} \quad 10^4 \text{ Skala}$   
 $\sqrt{10^4} = 100 \rightarrow v_{rel} \approx 1 \text{ cm/s}^{-1}$

Sättigungswerte  
 $\Delta_{hi/2} = \Gamma/2 = 1/2\pi$  Ar:  $\Gamma = 0.366 \cdot 10^8 \text{ s}^{-1}$   
 Mittlere fide Wipke pi:  $\omega_{me} 2\pi = 6 \cdot 10^{-10} \text{ m}$

Max. Bahngipf  
 $a_{max} = v_{me} \Gamma/2$

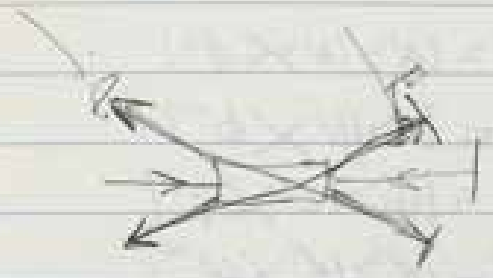
Zeit um Aba zu stoppen:  
 $v_{max} / a_{max}$   
 Ar:  $800 \text{ cm/s}^{-1} \rightarrow 3 \text{ ms}$  in Sättigung  
 Keimstube: 1-3 m in Sättigung  
 Zellen: Sättigungsdichte  $\approx 3 \text{ cm}^3 / \text{cm}^2$



CNC: 500 000.- p.a. f. Klein- & Böttig

Erklärung:  $\Delta = \frac{\lambda}{2 \cos \alpha}$   
 & ~~ist nicht mehr als 2 Punkte!~~  
<sup>Wahrscheinlich</sup>

Schubverföng bei Winkelung  
 des Reflexfeldes.



|

### Transfer

$$|\psi\rangle \otimes |0\rangle \xrightarrow{U} |0\rangle \otimes |\psi\rangle$$

$$\left. \begin{aligned} |\psi_1\rangle \otimes |0\rangle &\rightarrow |0\rangle \otimes |\psi_1\rangle \\ |\psi_2\rangle \otimes |0\rangle &\rightarrow |0\rangle \otimes |\psi_2\rangle \end{aligned} \right\}$$

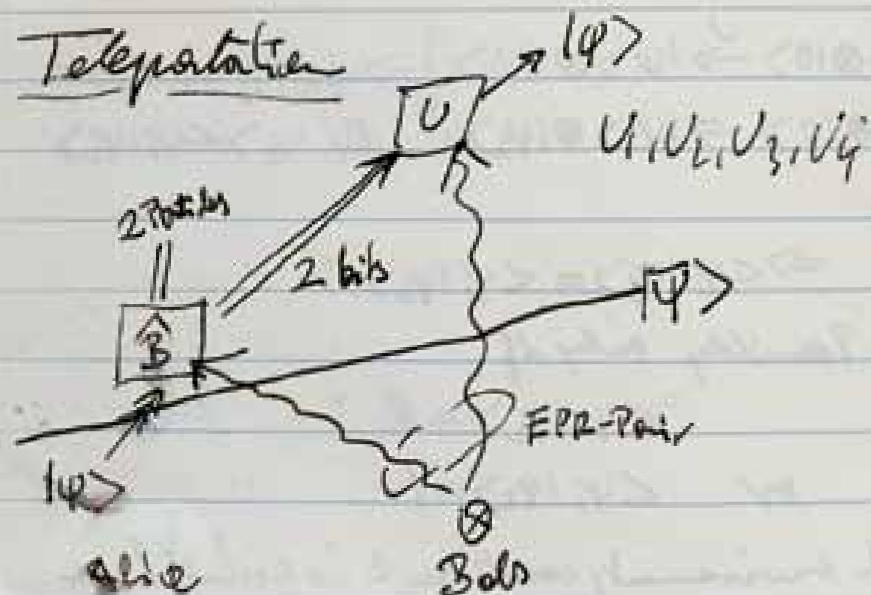
$$\Rightarrow \langle \psi_1, \psi_2 | 010 \rangle = \langle 010 | \langle \psi_1, \psi_2 \rangle$$

$$\Downarrow$$

$$\langle \psi_1, \psi_2 \rangle = \langle \psi_1, \psi_2 \rangle$$

O.K.

### Teleportation



$$|\bar{\psi}\rangle = |\psi\rangle \otimes \frac{1}{\sqrt{2}} [|\uparrow\rangle \otimes |\downarrow\rangle - |\downarrow\rangle \otimes |\uparrow\rangle]$$

$$|\psi\rangle = a|\uparrow\rangle + b|\downarrow\rangle$$

$$|\bar{\psi}\rangle = \frac{a}{\sqrt{2}} [|\uparrow\rangle|\uparrow\rangle|\downarrow\rangle - |\uparrow\rangle|\downarrow\rangle|\uparrow\rangle] + \frac{b}{\sqrt{2}} [|\downarrow\rangle|\uparrow\rangle|\downarrow\rangle - |\downarrow\rangle|\downarrow\rangle|\uparrow\rangle]$$

$$|\bar{\psi}\rangle = \frac{1}{2} [|\Phi^-\rangle (a|\uparrow\rangle - b|\downarrow\rangle) + |\Phi^+\rangle (-a|\uparrow\rangle + b|\downarrow\rangle) + |\Phi^-\rangle (a|\uparrow\rangle + b|\downarrow\rangle) + |\Phi^+\rangle (a|\downarrow\rangle - b|\uparrow\rangle)]$$

$ \psi^-\rangle$	$- \psi\rangle$
$ \psi^+\rangle$	$(\begin{smallmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{smallmatrix})  \psi\rangle$
$ \phi^-\rangle$	$ \psi\rangle$
$ \phi^+\rangle$	$(\begin{smallmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{smallmatrix})  \psi\rangle$

$$\begin{aligned} \text{Tr} & \\ \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} &= \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} &= -I \end{aligned}$$

Remark: 1 bit is enough!

# Bell-Theorem ohne Teilchen

## z.B. Peres

### Long-Distance Entanglement:

Try first with state  $\uparrow, \downarrow$ , purely formal.

$$\frac{1}{2}(\uparrow_1 \downarrow_2 \pm \downarrow_1 \uparrow_2)(\uparrow_3 \downarrow_4 \pm \downarrow_3 \uparrow_4) =$$

$$= \frac{1}{2}(\uparrow_1 \downarrow_2 \uparrow_3 \downarrow_4 \pm \downarrow_1 \uparrow_2 \uparrow_3 \downarrow_4 \pm \uparrow_1 \downarrow_2 \downarrow_3 \uparrow_4 + \downarrow_1 \uparrow_2 \downarrow_3 \uparrow_4) =$$

$$= \frac{1}{2}(\uparrow_1 \downarrow_2 \uparrow_3 \downarrow_4 + \downarrow_1 \uparrow_2 \downarrow_3 \uparrow_4) \pm \frac{1}{2}(\downarrow_1 \uparrow_2 \uparrow_3 \downarrow_4 + \uparrow_1 \downarrow_2 \downarrow_3 \uparrow_4)$$

### Projection Operator

$$\frac{1}{2}(\uparrow_2 \downarrow_3 + \downarrow_2 \uparrow_3) = P_{23}$$

$$\frac{1}{2}(\uparrow_1 \uparrow_3 + \downarrow_1 \downarrow_3) = P'_{13}$$

115

$$\psi_{T_{23}} = (\downarrow_1 \uparrow_4 + \uparrow_1 \downarrow_4)(\uparrow_2 \downarrow_3 + \downarrow_2 \uparrow_3)$$

Products! This is independent of the order in the initial state!!

$$\psi_{T'_{23}} = (\downarrow_1 \downarrow_4 + \uparrow_1 \uparrow_4)(\uparrow_2 \uparrow_3 + \downarrow_2 \downarrow_3)$$

### Assume experiment:



Non-constant

a can be d

b can be c

Same:

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |a\rangle_1 |d\rangle_2 + |b\rangle_1 |c\rangle_2 \} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |a\rangle_3 |d\rangle_4 + |b\rangle_3 |c\rangle_4 \} =$$

$$= \frac{1}{2} \{ |a\rangle_1 |d\rangle_2 |a\rangle_3 |d\rangle_4 + |a\rangle_1 |d\rangle_2 |b\rangle_3 |c\rangle_4 + |b\rangle_1 |c\rangle_2 |a\rangle_3 |d\rangle_4 + |b\rangle_1 |c\rangle_2 |b\rangle_3 |c\rangle_4 \}$$

Fundamental

Product form:

$|a\rangle_1 |d\rangle_2$  and

$|b\rangle_1 |c\rangle_2$

4 eigenstates:

$$|\psi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |a\rangle_1 |d\rangle_2 \pm |b\rangle_1 |c\rangle_2 \}$$

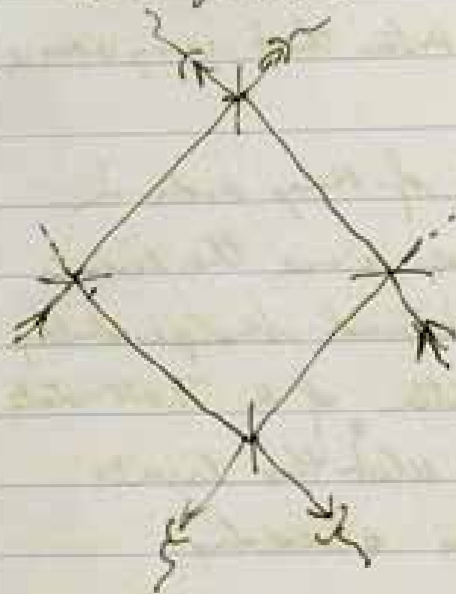
$$|\phi^\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |a\rangle_1 |a\rangle_2 \pm |b\rangle_1 |b\rangle_2 \}$$

Doesn't exist!

There are no others for 2 particles!!

$\nexists$  / d.c. phase matters!

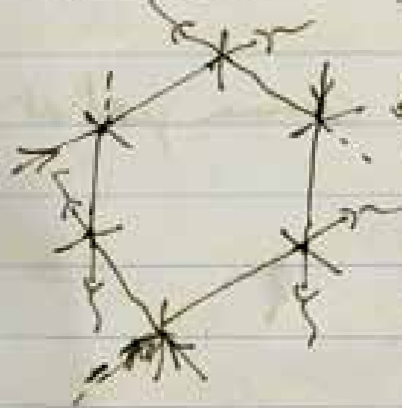
Bell theorem with independent sources:  
(old fashion)



Classical space-like separation talk  
Yet, each source is in the backward light cone of each detector!!

All detectors share all sources

Ch 7 with indep. source

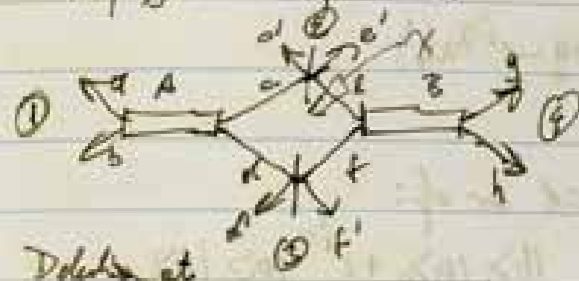


A my source can be <sup>outside</sup> of the backward light-cone of the opposite detector station!

Detectors share some but not all sources

New argument: 2 particles, each cone is outside the backward light cone of the other of the other particle!

Try something new:



This can be used to produce entanglement at large distances!

Detectors at source A state at source A  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|a\rangle|d\rangle + |b\rangle|e\rangle)$  at source B  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|e\rangle|h\rangle + |f\rangle|g\rangle)$  Don't share sources!

$$|\psi\rangle = \frac{1}{2}(|a\rangle|e\rangle|d\rangle|h\rangle + |a\rangle|e\rangle|f\rangle|g\rangle + |b\rangle|e\rangle|e\rangle|h\rangle + |b\rangle|e\rangle|f\rangle|g\rangle)$$

2 photons at 1 station  $\rightarrow$  detector combine only (at ad 4th line)

$$a \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}e^{i\pi/2}(|e\rangle + |e\rangle) \quad c \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|e\rangle + |e\rangle) \quad d \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(-|d\rangle + |f\rangle) \quad f \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|f\rangle + |e\rangle)$$

$$|ed\rangle \rightarrow \frac{1}{2}e^{i\pi/2}(|e\rangle + |e\rangle)(-|d\rangle + |f\rangle) \quad |cf\rangle \rightarrow \frac{1}{2}(-|e\rangle + |e\rangle)(|f\rangle + |e\rangle)$$

$$= \frac{1}{2}e^{i\pi/2}(-|d\rangle - |d\rangle + |e\rangle + |e\rangle) \quad = \frac{1}{2}(-|d\rangle + |d\rangle + |e\rangle - |e\rangle)$$

⇒

$$1st\ km: \frac{1}{4} e^{i\pi} ah(-c'd' - c'd' + e'f' + c'f')$$

$$2nd\ km: \frac{1}{4} bg(-c'd' + c'd' + e'f' - c'f')$$

Sum:

$$\frac{1}{4} (-c'd' + e'f')(bg + e^{i\pi} ah)$$

$$\frac{1}{4} (e'd' - c'f')(bg - e^{i\pi} ah)$$

Products!!

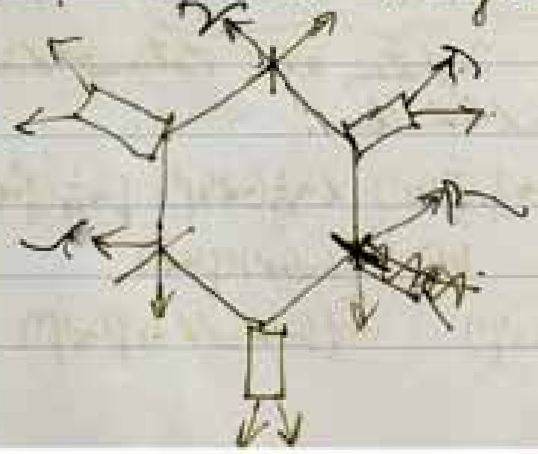
i.e. if coins cd or ef:

$$state\ 1, 2\ is\ |b\rangle, |g\rangle + e^{i\pi} |a\rangle, |h\rangle$$

and if coins ed or cf:

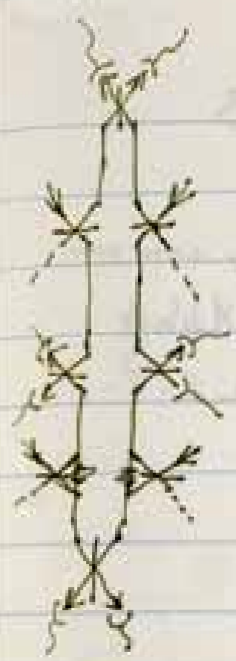
$$state\ 1, 2\ is\ |b\rangle, |g\rangle - e^{i\pi} |a\rangle, |h\rangle$$

Try 3-particle entanglement



Works the same way, if we discard classical

∃ particles which don't share any common part!!



For N Stations:



In the limit: Most sources are outside the light cone of a given detector event.

**100 Notes – 100 Thoughts / 100 Notizen – 100 Gedanken**

**N°076: Anton Zeilinger**

**dOCUMENTA (13), 9/6/2012 – 16/9/2012**

Artistic Director / Künstlerische Leiterin: Carolyn Christov-Bakargiev

Member of Core Agent Group, Head of Department /

Mitglied der Agenten-Kerngruppe, Leiterin der Abteilung: Chus Martínez

Head of Publications / Leiterin der Publikationsabteilung: Bettina Funcke

Managing Editor / Redaktion und Lektorat: Katrin Sauerländer

Editorial Assistant / Redaktionsassistentin: Cordelia Marten

English Copyediting / Englisches Lektorat: Melissa Larner

Proofreading / Korrektorat: Stefanie Drobnik, Sam Frank

Graphic Design and Typesetting / Grafische Gestaltung und Satz: Leftloft

Junior Graphic Designer: Daniela Weirich

Typeface / Schrift: Glypha, Plantin

Production / Verlagsherstellung: Maren Katrin Poppe

Reproductions / Reproduktionen: weyhing digital, Ostfildern

Paper / Papier: Pop'Set, 240 g/m<sup>2</sup>, Munken Print Cream 15, 90 g/m<sup>2</sup>

Manufacturing / Gesamtherstellung: Dr. Cantz'sche Druckerei, Ostfildern

© 2012 documenta und Museum Fridericianum Veranstaltungs-GmbH, Kassel;

Hatje Cantz Verlag, Ostfildern; Anton Zeilinger

Illustrations / Abbildungen: p. / S. 1: View of / Ansicht des Monte Verità, ca. 1906

(detail / Detail), Fondo Harald Szeemann. Archivio Fondazione Monte Verità in

Archivio di Stato del Cantone Ticino; all other images / alle anderen Abbildungen:

© Anton Zeilinger, photos / Fotos: Jacqueline Godany

**documenta und Museum Fridericianum**

**Veranstaltungs-GmbH**

Friedrichsplatz 18, 34117 Kassel

Germany / Deutschland

Tel. +49 561 70727-0

Fax +49 561 70727-39

www.documenta.de

Chief Executive Officer / Geschäftsführer: Bernd Leifeld

**Published by / Erschienen im**

**Hatje Cantz Verlag**

Zeppelinstrasse 32, 73760 Ostfildern

Germany / Deutschland

Tel. +49 711 4405-200

Fax +49 711 4405-220

www.hatjecantz.com

ISBN 978-3-7757-2925-3 (Print)

ISBN 978-3-7757-3105-8 (E-Book)

Printed in Germany

Gefördert durch die



funded by the German Federal  
Cultural Foundation



Anton  
Zeilingner